«Вероятность события»

То, что мы знаем, — ограничено, а то, что не знаем, — бесконечно.

Лаплас Пьер Симон

Российская школа теории вероятности

А.Н.Колмогоров (1903-1987)

К настоящему времени в России сложилась сильная школа теории вероятностей. Крупнейшим ее представителем являлся Андрей Николаевич Колмогоров

Пример Двое играют в эту игру. Они бросают два кубика. Первый получает очко, если выпадет сумма 8. Второй получает очко, если выпадет сумма 9. Справедлива ли эта игра?

- Событие А: «при бросании двух кубиков выпало 8 очков»
- Событие В: «при бросании двух кубиков выпало 9 очков»

При бросании двух кубиков могут получиться следующие равновозможные результаты:

I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

n = 36; m = 5, тогда P(a) = 5/36, P(B) = 4/36

$\frac{5}{36} \succ \frac{4}{36}$, то P(A) > P(B)

Так как 8 очков выпадает чаще, чем 9 очков, то данная игра не справедлива.

Как возникла теория вероятностей

Корни теории вероятностей уходят далеко в глубь веков. Известно, что в древних Китае, Индии, Египте, Греции уже использовались некоторые элементы вероятностных рассуждений для переписи населения, и даже определения численности войска неприятеля.

Но все-таки начало теории вероятностей как науки приписывают середине XVII в. Основоположником теории вероятностей считают великого ученого, математика, физика и философа **Блеза Паскаля (1623-1662).**

Но полагают, что впервые он занялся теорией вероятностей под влиянием вопросов, поставленных перед ним одним из придворных французского двора шевалье **де Мере (1607-1648).** Мере увлекался философией, искусством и ... был азартным игроком! Де Мере предложит Б.Паскалю два знаменитых вопроса, первый из которых он попытался решить сам.

Вопросы были такие :

1. Сколько раз надо бросать две игральные кости, чтобы случаев выпадения сразу двух шестерок было больше половины от общего числа бросаний?

2. Как справедливо разделить поставленные на кон двумя игроками деньги, если они по каким-то причинам прекратили игру преждевременно?

Эти задачи обсуждались двумя учеными Б.Паскалем и **П.Ферма (1601-1665).**

Настоящую научную основу теории вероятностей заложил великий математик **Бернулли (1654-1705).** Его труд "Ars conjectandi" стал первым основательным трактатом по теории вероятностей.

Дальнейшие успехи теории вероятностей связаны прежде всего с именами ученых **А.Муавра, П.Лапласа, К.Гаусса (1777-1855), С.Пуассона (1781-1840)** и других.

Блез Паскаль (1623-1662) французский математик

слайд2

Пьер Ферма
(1601-1665)
французский математик

слайд2

Якоб Бернулли (1654-1705), швейцарский математик

слайд2

Достоверные, невозможные, случайные события

Событие

обязательно наступит – **достоверное**

наступить не может – **невозможное**

может наступить, а может не наступить – **случайное**

Какие из следующих событий –

случайные достоверные невозможные

после четверга будет пятница;

черепаха научится говорить;

ваш день рождения – 19 октября;

день рождения вашего друга – 30 февраля;

вы выиграете, участвуя в лотерее;

вы не выиграете, участвуя в беспроигрышной лотерее;

вы проиграете партию в шахматы;

на следующей неделе испортится погода;

после пятницы будет четверг;

вы нажали на звонок, он не зазвонил;

вода в чайнике, стоящем на включённой плите, закипит.

ЗАДАЧИ:

- Покупатель приобрел две батарейки, одна из которых оказалась неисправной. Можно ли, исходя из этого, с уверенностью утверждать, что вероятность купить неисправную батарейку равна 0,5?

Ответ: *Нет, так как вероятность случайного события приближенно равна его частоте при проведении длинной серии случайных экспериментов, а покупка двух батареек не является большим числом экспериментов.*

1) Пусть вам требуется оценить вероятность каждого из возможных исходов в опытах по подбрасыванию: а) монеты; б) кнопки; в) кубика.

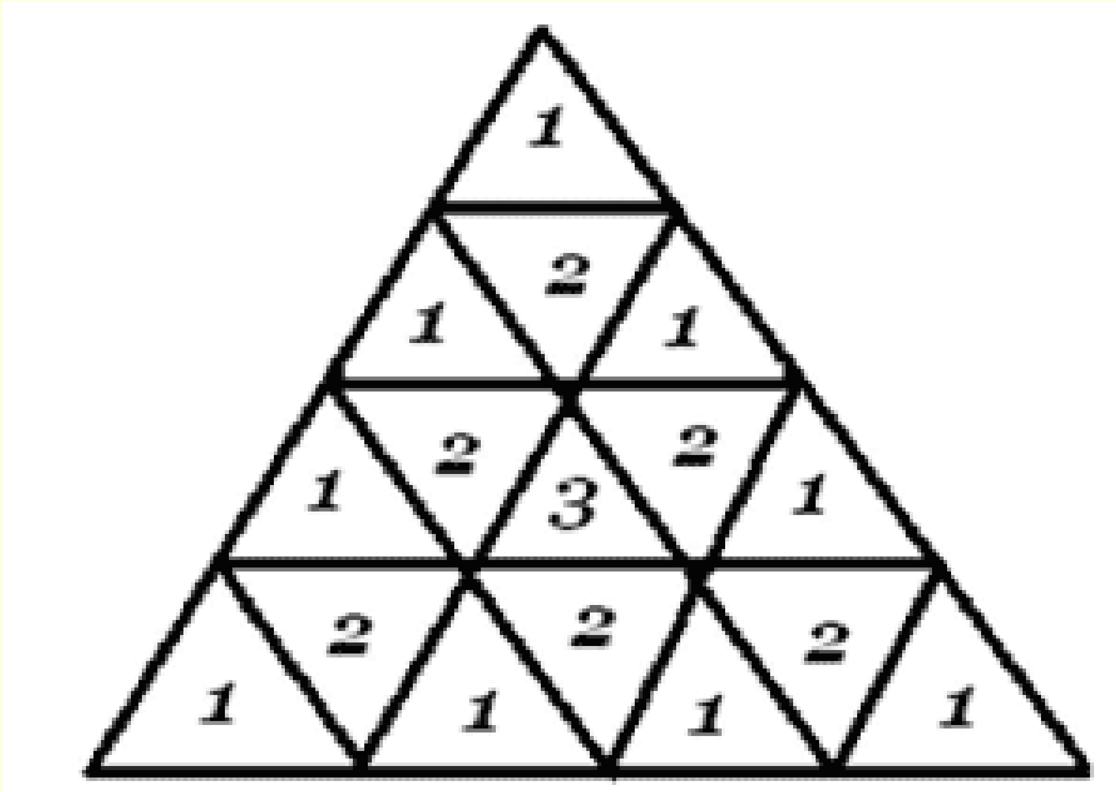
2) В каких из этих ситуаций вы готовы дать ответ, не проводя испытаний?

Ответ: В случаях а) и в), так как при бросании монеты или кубика все исходы равновозможные, чего нельзя сказать при бросании кнопки.

Вы бросаете два кубика. Какова вероятность, что выпадет сумма очков, равная двум?

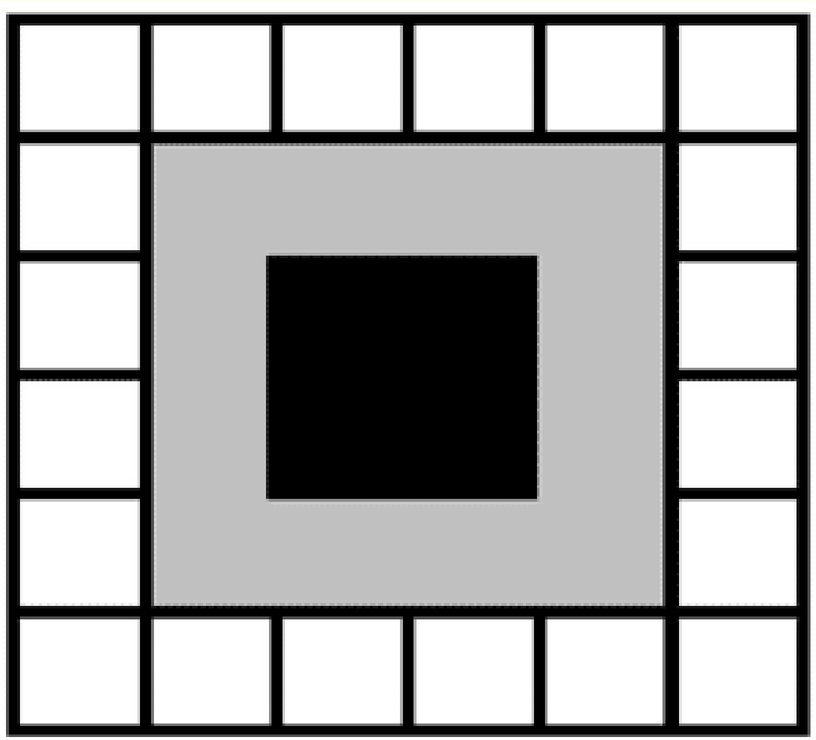
Ответ: 1/36.

Стрелок, не целясь, стреляет в треугольную мишень и попадает. Какова вероятность того, что он попадет а) в «тройку»; б) в «двойку»; в) в «единицу»?



Ответ: а) 1/16; б) 3/8; в) 9/16.

Фишка наугад бросается в квадрат, изображенный на рисунке. Какова вероятность того, что фишка попадет а) в черный квадрат; б) в серую рамку?



Ответ: а) 1/9; б) 1/3.

Трудные задачи:

Задача 1. Из пруда было выловлено 90 рыб, которых пометили и выпустили обратно в пруд. Через неделю из пруда выловили 84 рыбы, из которых 5 оказались помеченными. Сколько примерно рыб в пруду?

Решение:

Пусть x – примерное количество рыб в пруду, тогда частота помеченных рыб в пруду $\omega(A) = 90/x$, где A – событие «поймана помеченная рыба». Вероятность поймать помеченную рыбу $P(A) \approx \omega(A) = 90/x$.
Через неделю частота помеченных рыб в улове составила $\omega(A) = 5/84$. По свойству вероятности $90/x \approx 5/84$. Откуда $x = 1512 \approx 1500$.

Ответ: в пруду примерно 1500 рыб.

Задача 2. (Задача Эйлера) Три господина пришли в ресторан и сдали свои шляпы в гардероб. С какой вероятностью каждый из них уйдет в своей шляпе, если они будут их выбирать наугад?
С какой вероятностью каждый из них уйдет в чужой шляпе?

Решение:

Пронумеруем шляпы: 1,2,3. Пусть шляпа первого господина будет под номером №1,   второго под номером №2, а третьего - №3.
Возможные исходы выбора шляпы наугад: {**123**; 132; 213; 231; 312; 321} – всего 6 равновозможных исходов. Пусть событие А – каждый уйдет в своей шляпе, то есть случится комбинация: **123**, а событие В – каждый уйдет в чужой шляпе, то есть комбинации: 231; 312. Благоприятных событию А – 1 исход, а событию В – 2 исхода.
Следовательно, вероятность того, что каждый из них уйдет в своей шляпе, если они будут их выбирать наугад, равна 1/6, а вероятность, что каждый из них уйдет в чужой шляпе – 1/3.

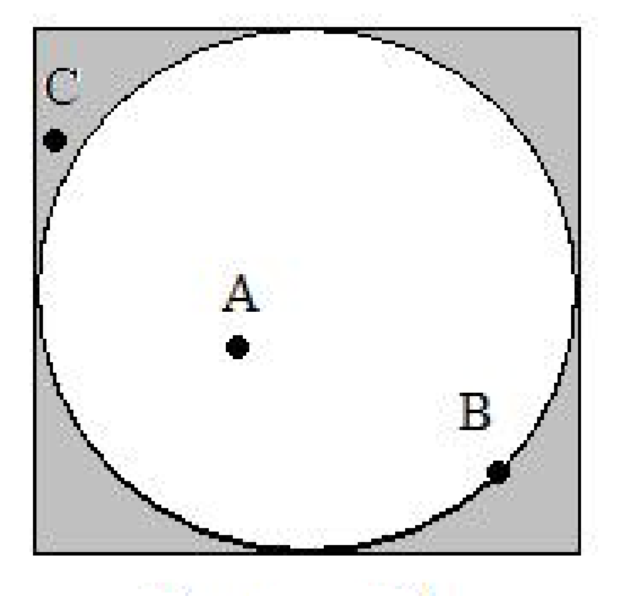
Ответ: 1/6, 1/3.

Задача 3. В квадрате со стороной 10 см наугад выбирается точка. С какой вероятностью расстояние от этой точки до центра квадрата будет:

а) меньше 5см?

б) равно 5см?

в) больше 5см?



Решение:

S круга = πR^2 = 25π см^2; S квадрата = 100 см^2. Пусть событие А – точка попала в круг; событие В – точка попала на окружность; событие С – точка попала в область квадрата вне круга, тогда: а) $P(A) = 25\pi/100 = \pi/4$; б) $P(B) = 0$; в) $P(C) = (100 - 25\pi)/100 = 1 - \pi/4$.

Ответ: **а) $\pi/4$; б) 0; в) $1 - \pi/4$.**

Домашнее задание:

Предлагаю учащимся встать, выйти из-за стола и обменяться рукопожатиями. Условие – каждый пожмет руку каждому товарищу.

А теперь сосчитайте, сколько рукопожатий сделано в вашем классе?